أكمل ما يأتى :

١ القطعة المستقيمة التى طرفاها مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة تسمى ....

٢ القطعة المستقيمة التى طرفاها أى نقطتين على الدائرة تسمى ....

٣ الوتر المار بمركز الدائرة يسمى ....

٤ أكبر الأوتار طولًا فى الدائرة يسمى ....

٥ يوجد للدائرة عدد .... من محاور التماثل .

٦ المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يكون .... للدائرة .

٧ الدائرة تقسم المستوى إلى .... مجموعات من النقط .

٨ المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون ....

٩ المماسان لدائرة عند نهايتى قطر فيها يكونان ....

١٠ الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من ....

١١ إذا كانت الأوتار فى دائرة على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون ....

١٢ إذا كانت ا تقع خارج الدائرة م التى طول نصف قطرها س فإن : م ا .... س

١٣ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون .... ، ....

١٤ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = $\varnothing$ ، فإن : الدائرتين م ، ن ....

١٥ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { ا } ، فإن : الدائرتين م ، ن ....

١٦ عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يساوى ....

١٧ إذا اشتركت دائرتان فى ثلاث نقط فإنهما ....

١٨ أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يكون طول نصف قطرها يساوى ....

١٩ نقطة تقاطع محاور تماثل أضلاع المثلث هى ....

٢٠ الدائرة م طول نصف قطرها س ، ا نقطة فى مستوى الدائرة ، أكمل :

[ا] إذا كانت : م ا = $\frac{1}{2}$ س

فإن : ا .... الدائرة .

[ب] إذا كانت : م ا = س

فإن : ا .... الدائرة .

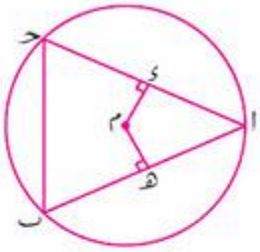
[جـ] إذا كانت : م ا = س

فإن : ا .... الدائرة .

☑ **الإجابة**

١ نصف قطر .
٢ وتر .
٣ قطرًا .
٤ القطر .
٥ لا نهائى .
٦ محور التماثل للدائرة .
٧ ٣ مجموعات من النقط .
٨ مماسًا للدائرة .
٩ متوازيان .
١٠ مركزها .
١١ متساوية .
١٢ م ا > س
١٣ عمودى على الوتر المشترك وينصفه .
١٤ متباعدتان .
١٥ متماستان .
١٦ عدد نهائى .
١٧ تنطابقان .
١٨ طول نصف القطر يساوى نصف البعد بين النقطتين المعلومتين .
١٩ هى مركز الدائرة المارة برءوس المثلث .
٢٠ [ا] تقع داخل الدائرة . [ب] تقع على الدائرة .
[جـ] تقع خارج الدائرة .

في الشكل الآتي :



ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م

$\overline{مء} \perp \overline{احـ}$ ، $\overline{مهـ} \perp \overline{اب}$. أثبت أن :

$\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$ وإذا كان : ب حـ = ٨ سم ،

فأوجد : ء هـ

☑ الإجابة

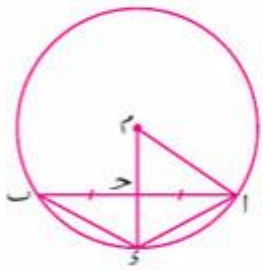
∵ $\overline{مء} \perp \overline{احـ}$ ∴ ء منتصف $\overline{احـ}$

∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{اب}$ ∴ هـ منتصف $\overline{اب}$

∵ $\overline{ءهـ}$ واصلة بين منتصف $\overline{احـ}$ ، $\overline{اب}$

∴ $\overline{ءهـ}$ // $\overline{حـب}$ ، ء هـ = ٤ سم .

في الشكل الآتي :



دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم ، $\overline{\text{أب}}$ وتر فيها طوله ٢٤ سم ، حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ رسم $\overleftarrow{\text{م حـ}}$ فقطع الدائرة في ء . أوجد :

(أولًا) طول $\overline{\text{م حـ}}$ (ثانيًا) م (∆ أ ء ب)

☑ الإجابة

(أولًا) ∵ حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ ∴ $\overline{\text{م حـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$

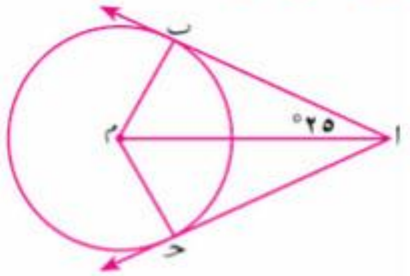
في ∆ أ حـ م : (م حـ)^2 = (١٣)^2 − (١٢)^2

∴ م حـ = ٥ سم .

(ثانيًا) م (∆ أ ء ب) = $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × (١٣ − ٥)

= ٩٦ سم^2

في الشكل الآتي :



$\overleftrightarrow{}$أب ، أحـ مماسان للدائرة م يمسانها عند ب ، حـ على الترتيب .

ق(∠ ب ا م) = ٢٥°

(أولًا) أثبت أن م ا ينصف ∠ ب م حـ

(ثانيًا) أوجد : ق(∠ ب م حـ)

☑ الإجابة

(أولًا) من تطابق ∆ م ب ا ، ∆ م حـ ا

∴ ق(∠ ا م ب) = ق(∠ ا م حـ)

∴ م ا ينصف ∠ ب م حـ

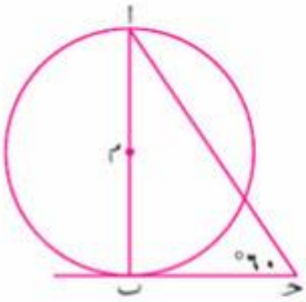
(ثانيًا) ∵ ∆ ا ب م قائم الزاوية في ب ،

ق(∠ م ا ب) = ٢٥°

∴ ق(∠ ا م ب) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥°

∴ ق(∠ ب م حـ) = ٢ × ٦٥ = ١٣٠°

في الشكل الآتي :



دائـــرة م محيطهـــا ٤٤ ســـم ، $\overline{\text{اب}}$ قطـر فيها ، $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ممـــاس للدائـرة عنـــد ب ،
ق (∠ حـ) = ٦٠° أوجد طول $\overline{\text{ب حـ}}$
(ط = $\frac{٢٢}{٧}$)

☑ الإجابة

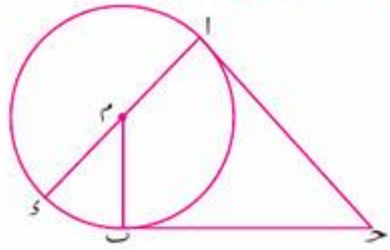
∵ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ نق = ٤٤ ∴ نق = ٧ سم

في Δ ا ب حـ ∵ ق (∠ ا ب حـ) = ٩٠°

طا ا = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ا ب}}$ ∴ ب حـ = ا ب طا ٣٠°

∴ ب حـ = $\frac{١٤}{\sqrt{٣}}$ سم .

في الشكل الآتي :



$\overline{اء}$ قطر في دائرة مركزها م ، $\overleftrightarrow{اجـ}$ ، $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماسان للدائرة عند النقطتين ا ، ب على الترتيب . أثبت أن :

ق (∠ ء م ب) = ق (∠ ا جـ ب)

☑ الإجابة

∵ $\overline{م ا}$ نصف قطر $\overleftrightarrow{اجـ}$ مماس

∴ ق (∠ م ا جـ) = ٩٠°

∵ $\overline{م ب}$ نصف قطر $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس

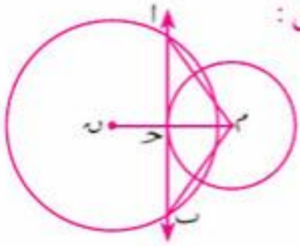
∴ ق (∠ م ب جـ) = ٩٠°

∵ الشكل ا جـ ب رباعي ،

ق (∠ ا م ب) تكمل كل من ∠ جـ ، ∠ ب م ء

∴ ق (∠ ب م ء) = ق (∠ ا جـ ب)

في الشكل الآتي :



م ، ن دائرتان متقاطعتان $\overline{م ن}$ يقطع الدائرة م في حـ ، رسم $\overleftrightarrow{حـ أ}$ مماسًا للدائرة م عند حـ يقطع الدائرة ن في أ ، ب . أثبت أن :

(أولًا) حـ أ = حـ ب (ثانيًا) م أ = م ب

☑ الإجابة

(أولًا) ∵ $\overline{م حـ}$ نصف قطر $\overleftrightarrow{أ حـ}$ مماس

∴ $\overline{م ن} \perp \overline{أ ب}$

في الدائرة ن : $\overline{ن حـ} \perp \overline{أ ب}$

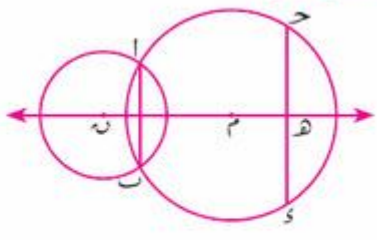
∴ حـ أ = حـ ب

(ثانيًا) في Δ م أ ب

∵ $\overline{م حـ} \perp \overline{أ ب}$ ، حـ منتصف $\overline{أ ب}$

∴ م أ = م ب

في الشكل الآتي :



م ، ں دائرتان متقاطعتان في أ ، ب
$\overline{حـ ء}$ وتر في الدائرة ، يقطع $\overleftrightarrow{م ں}$
في هـ ، فإذا كان : هـ منتصف $\overline{حـ ء}$
أثبت أن : $\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$

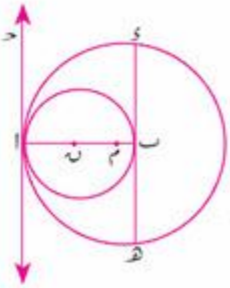
☑ الإجابة

∵ هـ منتصف $\overline{حـ ء}$ مماس
∴ $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{حـ ء}$ .... ①
∵ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على الوتر المشترك وينصفه
∴ $\overline{م ں}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ .... ②
من ① ، ② ں $\overline{هـ}$ ⊥ كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{حـ ء}$
∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{حـ ء}$

م ، ن دائرتـان متماسـتان من الداخـل عند أ ، الدائـرة م أكبـر مـن الدائرة ن ، رسـم $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ مماسًّا مشـتركًا لدائرتين ، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ن م}}$ فقطع الدائرة ن في ب ، ورسم $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$ مماسًّا للدائرة ن فقطع الدائرة م في ى ، هـ ، أثبت أن :

(أولًا) $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$ (ثانيًا) ب ى = ب هـ

☑ الإجابة



(أولًا) ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$

مماسان للدائرة ن

من نهايتي القطر $\overline{\text{أ ب}}$

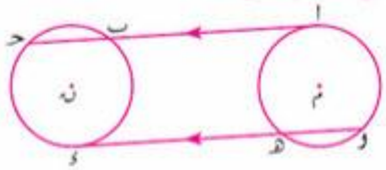
∴ $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$

(ثانيًا) في الدائرة م

∵ $\overline{\text{م ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ى هـ}}$

∴ ب ى = ب هـ

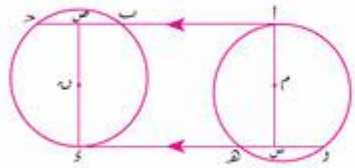
في الشكل الآتي :



م ، ن دائرتان متطابقتان ، أ جـ قطعة مماسة للدائرة م عند أ ، ء و قطعة مماسة للدائرة ن عند ء ، أ جـ // و ء . أثبت أن :

(أولًا) ب جـ = و هـ   (ثانيًا) أ ب = هـ ء

☑ الإجابة



(أولًا) نرسم أ م فيقطع و هـ في س ،

نرسم ء ن فيقطع ب جـ في ص

∵ م أ نصف قطر ، أ ب مماس

∴ ق (∠ م أ ب) = ٩٠°

∵ ن ء نصف قطر ، ء هـ مماس

∴ ق (∠ ب ء هـ) = ٩٠°

∴ الشكل أ س ء ص مستطيل

∴ م أ = ن ء   ∴ م س = ن ص

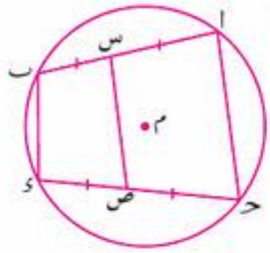
∴ هـ و = ب جـ

(ثانيًا) س ء = أ ص   ،   هـ س = ب ص

∴ س ء − هـ ص = أ ص − ب ص

∴ أ ب = هـ ء

في الشكل الآتي :



$\overline{اب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران متساويان في الدائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{اب}$ ، $\overline{اجـ}$. أثبت أن :

(أولًا) $\overline{اجـ}$ // $\overline{ب ء}$

(ثانيًا) ق (∠ ب س ص)

= ق (∠ ء ص س)

☑ الإجابة

(أولًا) ∵ $\frac{ب س}{س ا} = \frac{ء ص}{ص جـ}$ ∴ $\overline{ب ء}$ // $\overline{اجـ}$

(ثانيًا) نرسم $\overline{م س}$ ، $\overline{م ص}$

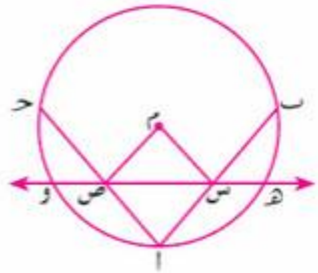
∵ اب = جـ ء ∴ م س = م ص

∴ ق (∠ م س ص) = ق (∠ م ص س)

∵ مكملات الزوايا المتساوية تكون متساوية .

∴ ق (∠ ب س ص) = ق (∠ ء ص س)

في الشكل الآتي :



$\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م . س ، ص منتصفا $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أحـ}}$ رسم $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ فقطع الدائرة في هـ ، وأثبت أن :

س هـ = ص و

☑ الإجابة

∵ س منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{أحـ}}$ ،

أب = أحـ   ∴ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$ ،

$\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أحـ}}$ ∴ م س = م ص

نرسم $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{س ص}}$ يقطع $\overline{\text{س ص}}$ في ن

∵ Δ م س ص متساوي الساقين ،

$\overline{\text{م ن}}$ ⊥ $\overline{\text{س ص}}$ ∴ ن س = ن ص ،

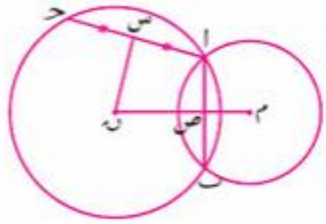
ن هـ = ن و

∴ ن هـ − ن س = ن و − ن ص

∴ هـ س = ص و

◀ ٣١ / ١٣ ▶

في الشكل الآتي :



الدائرتـــان م ، ن متقاطعتـــان فـــي أ ، ب
م ن ∩ أ ب = { ص } ، أ ب = أ حـ ،
س منتصف أ حـ
أثبت أن : ن ص = ن س

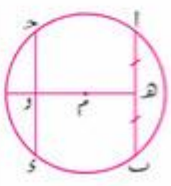
☑ الإجابة

∵ س منتصف أ حـ ∴ ن س ⊥ أ حـ
∵ م ن ⊥ أ ب وينصفه ، أ ب = أ حـ
∴ ن ص = ن س

◀ ٣١ / ١٤ ▶

الدائرة م فيها أ ب ، حـ ء وتران متوازيان .
هـ منتصف أ ب ، رسم هـ م فقطع حـ ء
في و . أثبت أن : و حـ = و ء

☑ الإجابة

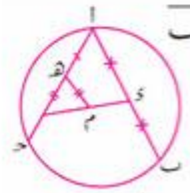


∵ هـ منتصف أ ب
∴ م هـ ⊥ أ ب
∵ أ ب // حـ ء
∴ هـ و ⊥ حـ ء و حـ = و ء

◀ ٣١ / ١٥ ▶

الدائرة م فيها أب ، أحـ وتران ، ء ، هـ منتصفا أب ، أحـ على الترتيب رسم ءم فقطع أحـ في و بحيث كان : م هـ = هـ و .
أثبت أن : ق(∠ ب أ حـ) = ٤٥°

☑ الإجابة

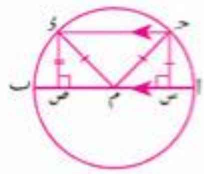


∵ ء منتصف أب ∴ م ء ⊥ أب
∵ هـ منتصف أحـ
∴ م هـ ⊥ أحـ
∵ Δ هـ م و متساوى الساقين ، ق(∠ هـ) = ٩٠°
∴ ق(∠ هـ م و) = ٤٥°
∵ ∠ ء م هـ تكمل كل من ∠ هـ م و ، ∠ أ
∴ ق(∠ ب أ حـ) = ٤٥°

◀ ٣١ / ١٦ ▶

أب قطر في دائرة م ، رسم الوتر حـ ء // أب
رسم حـ س ⊥ أب ، ء ص ⊥ أب
أثبت أن : أ س = ص ب

☑ الإجابة



من تطابق Δ م س حـ ،
Δ م ص حـ
∴ م س = م ص
∴ م أ − م س = م ب − م ص ∴ أ س = ب ص

◄ ٣١ / ١٧ ►

ا ، ب نقطتان حيث اب = ٦ سم ، ارسم دائرة تمر بالنقطتين ا ، ب بحيث يكون طول نصف قطرها ٥ سم ، ثم أوجد بعد مركز الدائرة عن اب

☑ الإجابة

بعد مركز الدائرة عن اب = ٤ سم

◄ ٣١ / ١٨ ►

اب قطر في دائرة م ، اجـ وتر فيها حيث ق (∠ ب ا جـ) = ٣٠° ، رسم ب جـ ورسم م ء ⊥ اجـ يقطعه في ء

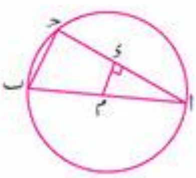
(أولًا) أثبت أن : م ء // ب جـ

(ثانيـا) أثبت أن : طول ب جـ يساوي طول نصف قطر الدائرة .

☑ الإجابة

(أولًا) ∵ اب قطر

∴ ق (∠ ا جـ ب) = ٩٠°



∵ ب جـ ⊥ اجـ ،

م ء ⊥ اجـ

∴ م ء // ب جـ

(ثانيًا) ∵ Δ ا جـ ب قائم الزاوية في جـ ،

ق (∠ ا) = ٣٠°

ب جـ = $\frac{1}{2}$ اب = نق

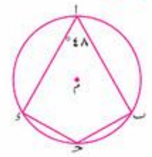
أكمل ما يأتى :

❶ فى الشكل الرباعى الدائرى تكون الزاويتان المتقابلتان ....

❷ الأقواس المتساوية فى القياس فى دائرة أوتارها ....

❸ قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس ....

❹ فى الشكل الآتى :



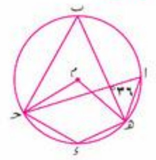
إذا كانت م دائرة ، ق (∠ أ) = ٤٨° ، فإن :

[أ] ق (∠ حـ) = ...

[ب] ق (⌒ب ء الأكبر) = ...

❺ يكون الشكل رباعيًا دائريًا إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رءوسه قياسها يساوى .... الزاوية المقابلة للمجاورة لها .

❻ فى الشكل الآتى :



إذا كانت : ق (∠ حـ أ هـ) = ٣٦° فإن :

[أ] ق (∠ هـ ب حـ) = ...

[ب] ق (∠ هـ م حـ) = ...

[حـ] ق (∠ هـ ء حـ) = ...

❼ الزاوية المحيطية التى تقابل قوسًا أصغر فى الدائرة ....

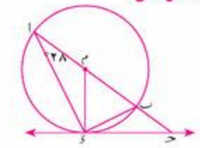
❽ الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران بينهما قوسين ....

❾ قياس القوس من دائرة يساوى ضعف ....

❿ الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على قوس واحد فى دائرة يكونان ....

⓫ ارتفاعات المثلث ....

⓬ فى الشكل الآتى :



أب قطر فى الدائرة م ، ↔حـ ء مماس لها ، ق (∠ ب أ ء) = ٢٨°

أكمل ما يأتى :

[أ] ق (∠ ب ء م) = ...°

[ب] ق (∠ ب م ء) = ...°

[حـ] ق (∠ ب ء حـ) = ...°

[ء] ق (⌒أ ء) = ...°

[هـ] ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$[ق (⌒.....) − ق (⌒.....)]

⓭ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة يكونان ....

⓮ قياس الزاوية المماسية يساوى .... الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس .

⓯ عدد المماسات المشتركة المرسومة لدائرتين متباعدتين يساوى ....

⓰ مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع

☑ الإجابة

الإكمال :

❶ متكاملتان . ❷ متساوية .

❸ القوس المقابل لها .

❹ [أ] ق (∠ حـ) = ١٨٠° − ٤٨° = ١٣٢°

[ب] ق (⌒ب ء الأكبر) = ٣٦٠° − ٢ × ٤٨°

= ٢٦٤°

❺ قياس الزاوية المقابلة للمجاور لها .

❻ [أ] ق (∠ هـ ب حـ) = ٣٦°

[ب] ق (∠ هـ م حـ) = ٧٢°

[حـ] ق (∠ هـ ء حـ) = ١٨٠° − ٣٦°

= ١٤٤°

❼ حادة . ❽ متساويين فى القياس .

❾ ضعف قياس الزاوية المحيطة المقابلة لها .

❿ متساويين .

⓫ هى الأعمدة المرسومة من الرءوس على الأضلاع المقابلة لها .

⓬ [أ] ∵ أب قطر

∴ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠°

∵ Δ م أ ء متساوى الساقين

∴ ق (∠ م ء أ) = ق (∠ أ) = ٢٨°

ق (∠ ب ء م) = ٩٠° − ٢٨° = ٦٢°

[ب] ق (∠ ب ء م) = ٢ × ٢٨° = ٥٦°

[حـ] ∵ م ء نصف قطر ، ↔ء حـ مماس

∴ ق (∠ م ء حـ) = ٩٠°

ق (∠ ب ء حـ) = ٩٠° − ٦٢° = ٢٨°

[ء] ق (∠ أ م ء) = ١٨٠° − ٥٦° = ١٢٤°

ق (⌒أ ء) = ق (∠ أ م ء) = ١٢٤°

[هـ] ق (∠ حـ) = $\frac{1}{2}$(ق (⌒أ ء) − ق (⌒ب ء))

⓭ متوازيان .

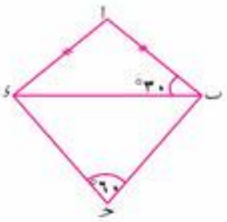
⓮ نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القياس .

⓯ ٤ مماسات .

⓰ هى نقطة تقاطع منصفات زواياه .

١ (أولًا) أثبت أنه إذا كان الشكل الرباعى دائريًا فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان .

(ثانيًا) في الشكل الآتى :



ا ب حـ ء شكل رباعى فيه :

ا ب = ا ء ، ق (∠ ا ب ء) = ٣٠° ،

ق (∠ حـ) = ٦٠° .

أثبت أن : الشكل ا ب حـ ء رباعى دائرى .

٢ ا ب حـ ء شكل رباعى دائرى فيه $\overline{\text{ا ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ ، هـ منتصف $\overset{\frown}{\text{ا ب}}$.

أثبت أن : هـ حـ = هـ ء

٣ في الشكل الآتى :



$\overleftarrow{\text{م حـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ب}}$ ويقطعه فى حـ ويقطع الدائرة فى ء ،

ق (∠ م ا ب) = ٢٠° . أوجد :

(أولًا) ق ($\overset{\frown}{\text{ا ء}}$) .

(ثانيًا) ق (∠ ء هـ ب) .

☑ الإجابة

١ (أولًا) نظرية .

(ثانيًا) ∵ Δ ا ب ء متساوى الساقين

∴ ق (∠ ا) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

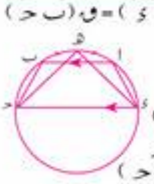
في الشكل ا ب حـ ء

∵ ق (∠ حـ) + ق (∠ ا) = ١٨٠°

∴ الشكل ا ب حـ ء رباعى دائرى .

---

٢ ∵ $\overline{\text{ا ب}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ا ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$)



∵ ق ($\overset{\frown}{\text{ا ء}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{ا هـ}}$)

= ق ($\overset{\frown}{\text{هـ ب}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$)

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{هـ ا ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{هـ ب حـ}}$)

∴ هـ ء = هـ حـ

---

٣ (أولًا) فى Δ م حـ ا ، ق (∠ ا م حـ) = ٧٠°

∵ ق ($\overset{\frown}{\text{ا ء}}$) = ق (∠ ا م حـ)

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ا ء}}$) = ٧٠°

(ثانيًا) ق (∠ ء هـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق ($\overset{\frown}{\text{ء ب}}$) = ٣٥°

(أولًا) أثبت أن الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة متساوية فى القياس .

(ثانيًا) في الشكل الآتي :



ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ،
ب س ⊥ ا حـ ، ا ص ⊥ ب حـ
يقطعه فى ص ، ويقطع الدائرة فى ع .
أثبت أن :
[ا] الشكل ا ب ص س رباعى دائرى .
[ب] ب حـ ينصف ∠ س ب ع .

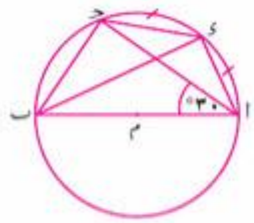
☑ الإجابة

(أولًا) نظرية .

(ثانيًا) [ا]
∵ ق (∠ ا س ب) = ق (∠ ا ص ب) = ٩٠°
وهما مرسومان على ا ب وفى جهة واحدة منها
∴ الشكل ا ب ص س رباعى دائرى .

[ب] ق (∠ حـ ا ع) = ق (∠ حـ ب ع)
مشتركان فى ⌒حـ ع .... ①
ق (∠ س ا ص) = ق (∠ س ب ص)
مشتركان فى ⌒س ص .... ②
من ① ، ②
∴ ق (∠ س ب ص) = ق (∠ حـ ب ع)
∴ ب حـ ينصف ∠ س ب ع

في الشكل الآتي :



اب قطر في الدائرة م ، حـ ∈ للدائرة ،

ق (∠ حـ ا ب) = ٣٠° ،

ء منتصف ⌒ا حـ ،

ء ب ∩ ا حـ = { هـ } .

(أولًا) أوجد : ق (∠ ب ء حـ) ،

ق (∠ ا ب ء) .

(ثانيًا) أثبت أن : △ ا ب هـ متساوي الساقين .

☑ الإجابة

(أولًا) ق (∠ ب ء حـ) = ق (∠ ب ا حـ) = ٣٠°

∵ ا ب قطر ∴ ق (∠ ا حـ ب) = ٩٠°

في △ ا ب حـ : ق (∠ ا ب حـ) = ٦٠°

∴ ق (⌒ا ء حـ) = ١٢٠°

∵ ق (⌒ا ء) = ½ ق (⌒ا حـ)

∴ ق (⌒ا ء) = ٦٠°

∵ ق (∠ ا ب ء) = ½ ق (⌒ا ء)

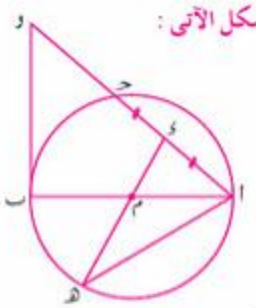
∴ ق (∠ ا ب ء) = ٣٠°

(ثانيًا) في △ هـ ا ب

∵ ق (∠ هـ ا ب) = ق (∠ هـ ب ا)

∴ △ هـ ا ب متساوي الساقين .

في الشكل الآتي :



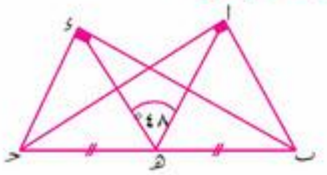
أب قطر في الدائرة م ، ء منتصف أحـ ،
رسم ءم فقطع الدائرة في هـ ،
رسم ب و مماس للدائرة فقطع أحـ في و ،
أثبت أن :
(أولًا) الشكل م ب و ء رباعي دائري .
(ثانيًا) ءهـ // ب حـ

☑ الإجابة

(أولًا) ∵ ء منتصف أحـ ∴ م ء ⊥ أحـ
∵ أب قطر ، ب ء مماس
∴ ق (∠ أ ب و) = ٩٠°
في الشكل م ء و ب
∵ ق (∠ م ء و) + ق (∠ ب) = ١٨٠°
∴ الشكل م ب و ء رباعي دائري .

(ثانيًا) في △ أحـ ب ∵ ء منتصف أحـ ،
∵ م منتصف أب ∴ ء م // ب حـ

في الشكل الآتي :



ق(∠ ب ا ح) = ق(∠ ب ء ح)

= ٩٠°

هـ منتصف ب ح ، ق(∠ ا هـ ء) = ٤٨°

(أولًا) أوجد : ق(∠ ا ب ء) .

(ثانيًا) أثبت أن :

[ا] ق(∠ ا ب ء) = ق(∠ ا ح ء)

[ب] ق(∠ ا هـ ح) = ٢ ق(∠ ا ب ح)

الإجابة

(أولًا) ∵ ق(∠ ب ا ح)

= ق(∠ ب ء ح) = ٩٠°

وهما مرسومان على ب ح وفي جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا ب ح ء رباعي دائري ، ب ح هو قطر الدائرة المارة برءوسه ومركزها هـ

∴ ق(∠ ا ب ء) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ا هـ ء) = ٢٤°

(ثانيًا) [ا] ق(∠ ا ب ء) = ق(∠ ا ح ء)

محيطيتان مشتركتان في ⌒ا ء

[ب] ∴ ق(∠ ا هـ ح) المركزية

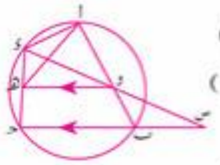
= ٢ ق(∠ ا ب ح)

مشتركتان في ⌒ا ح

ا ب حـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ،
و ∈ ا ب ، رسم و هـ // ب حـ يقطع حـ ء
في هـ ، ء و ∩ حـ ب = { س } . أثبت أن :
(أولًا) الشكل ا و هـ ء رباعي دائري .
(ثانيًا) ق (∠ ب س و) = ق (∠ هـ ا ء)

☑ الإجابة

(أولًا) ∵ و هـ // ب حـ



∴ ق (∠ ا و هـ)
= ق (∠ ا ب حـ)
بالتناظر
∵ ق (∠ ا ء هـ)
+ ق (∠ ا و هـ) = ١٨٠°

∴ الشكل ا و هـ ء رباعي دائري

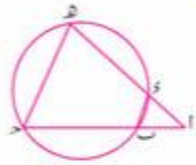
(ثانيًا) ق (∠ ء ا هـ) = ق (∠ ء و هـ)
مشتركتان في ء هـ
∴ ق (∠ ء و هـ) = ق (∠ س) بالتناظر
∴ ق (∠ هـ ا ء) = ق (∠ ب س و)

ا نقطة خارج دائرة رسم $\overleftarrow{\text{اب}}$ يقطع الدائرة فى ب ، حـ على الترتيب . رسم $\overleftarrow{\text{اى}}$ يقطع الدائرة فى ى ، هـ على الترتيب . فإذا كان : احـ = اهـ .

أثبت أن : (أولًا) $\overline{\text{بى}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$

(ثانيًا) ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{هـ ى}}$)

☑ الإجابة



(أولًا) ∵ ب حـ هـ ى رباعى دائرى

∴ ق (∠ ا ب ى) = ق (∠ هـ) .... ①

∵ Δ ا حـ هـ متساوى الساقين

∴ ق (∠ هـ) = ق (∠ حـ) .... ②

من ① ، ②

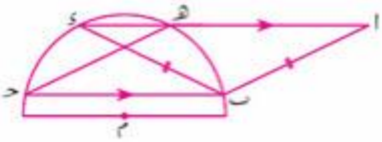
ق (∠ ا ب ى) = ق (∠ حـ)

وهما متناظرتان ∴ $\overline{\text{بى}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$

(ثانيًا) ∵ $\overline{\text{بى}}$ // $\overline{\text{حـ هـ}}$

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ى هـ}}$)

في الشكل الآتي :



نصف دائرة مركزها م ،

ا ء // ب حـ ، ا ب = ب ء

أثبت أن : ا ب حـ هـ متوازي أضلاع .

الإجابة

∵ ا ء // ب حـ ، ب ء قاطع لهما

∴ ق (∠ هـ ء ب) = ق (∠ ء ب حـ)

بالتبادل .... (١)

∴ ق (∠ ء هـ حـ) = ق (∠ ء ب حـ)

مشتركتان في ⌒ حـ ء .... (٢)

من (١) ، (٢)

ق (∠ هـ ء ب) = ق (∠ ء هـ ب)

∴ ق (∠ ء هـ حـ) = ق (∠ ا)

وهما متناظرتان

∴ هـ حـ // ا ب ∵ ا هـ // ب حـ

∴ الشكل ا ب حـ هـ متوازي أضلاع .

في الشكل الآتي :



ا ب ح ء شكل رباعي مرسوم داخل الدائرة م ،

ا س ينصف ∠ ب ا ح ،

ء ص ينصف ∠ ب ء ح

أثبت أن :

(أولًا) الشكل ا س ص ء رباعي دائري .

(ثانيًا) س ص // ب ح

☑ الإجابة

(أولًا) ق (∠ ب ا ح) = ق (∠ ب ء ح)

مشتركتان في ⌒ب ح

∴ $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب ا ح) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب ء ح)

∴ ق (∠ س ا ص) = ق (∠ س ء ص)

وهما مرسومان على س ص وفي جهة واحدة منها . ∴ الشكل ا س ص ء رباعي دائري .

(ثانيًا) ∴ ق (∠ ص س ء) = ق (∠ ص ا ء)

مشتركتان في ⌒ص ء .... ①

ق (∠ ء ا ح) = ق (∠ ء ب ح)

مشتركتان في ⌒ء ح .... ②

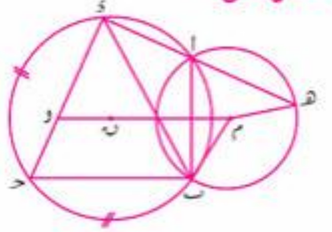
من ① ، ②

∴ ق (∠ ء س ص) = ق (∠ ء ب ح)

وهما متناظرتان

∴ س ص // ب ح

في الشكل الآتي :



ق(∠ جـ) = ٧٠°

طول جـ ء⌒ = طول ب جـ⌒ ،

م ن⃖ ∩ جـ ء‾ = { و } ،

ء أ⃖ ∩ الدائرة م = { هـ }

أوجد بالبرهان : ق(∠ ب ء جـ) ،

ق(∠ ب أ ء) ، ق(∠ ب م هـ) .

☑ الإجابة

∵ طول جـ ء⌒ = طول جـ ب⌒

∴ Δ جـ ب ء متساوي الساقين .

∴ ق(∠ ب ء جـ) = ½ ق(١٨٠° − ٧٠°)

= ٥٥°

∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري .

∴ ق(∠ ب أ ء) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

∵ ∠ هـ أ ب خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

أ ب جـ ء

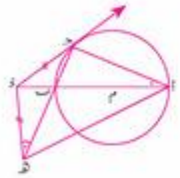
∴ ق(∠ هـ أ ب) = ق(∠ جـ) = ٧٠°

ق(∠ ب م هـ) = المركزية

= ٢ ق(∠ ب أ هـ) = ٢ × ٧٠° = ١٤٠°

$\overline{\text{اب}}$ قطر في دائرة مركزها م ، ء ∈ $\overleftrightarrow{\text{اب}}$ ،
ء ∉ $\overline{\text{اب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ ممــــاس للدائرة فــي حـ ،
رســم $\overleftrightarrow{\text{حـ ب}}$ ، أخذت نقطـة هـ عليـه بحيث
ء هـ = ء حـ . أثبت أن :
(أولًا) الشكل ا حـ ء هـ رباعي دائري .
(ثانيًا) $\overline{\text{اهـ}}$ قطـر للدائــرة الخـارجة للشكــل
ا حـ ء هـ .
(ثالثًا) $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ ممــاس للدائــرة المــارة برءوس
المثلث ا ب هـ .

☑ الإجابة



(أولًا) ∵ Δ ء حـ هـ متساوي الساقين .

∴ ق (∠ ء حـ هـ) = ق (∠ هـ) .. ①

∵ ق (∠ ء حـ هـ) = ق (∠ ا)

وتر ومماس .... ②

من ① ، ② ∴ ق (∠ ا) = ق (∠ هـ)

وهما مرسومان على $\overline{\text{حـ ء}}$ وفي جهة واحدة منها .

∴ الشكل ا حـ ء هـ رباعي دائري .

(ثانيًا) ∵ ق (∠ ا حـ هـ) = ٩٠°

∴ $\overline{\text{اهـ}}$ قطر للدائرة الخارجة للشكل ا حـ ء هـ

(ثالثًا) ق (∠ ء حـ هـ) = ق (∠ ء ا هـ)

مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{ء هـ}}$

∵ Δ ء حـ هـ متساوي الساقين .

∴ ق (∠ ء هـ حـ) = ق (∠ ء ا هـ)

∴ $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ ا ب هـ

١ أ ب جـ مثلث حاد الزوايا مرسوم داخل دائرة ، رسم ←أ د ⊥ ب جـ ليقطع ب جـ في د ويقطع الدائرة في هـ . رسم ←جـ ن ⊥ أ ب ليقطع أ ب في ن . أثبت أن :

(أولًا) الشكل أ ن د جـ رباعي دائري .

(ثانيًا) ق (∠ ب ن د) = ق (∠ ب هـ د)

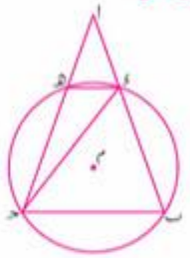
٢ أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة ، د نقطة على ⌒أ ب . أخذت نقطة هـ على د جـ بحيث أ د = د هـ . أثبت أن :

(أولًا) أ د هـ مثلث متساوي الأضلاع .

(ثانيًا) د ب // أ هـ

(ثالثًا) ق (∠ د جـ ب) = ق (∠ هـ أ جـ)

٣ في الشكل الآتي :



أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ

ب جـ وتر في الدائرة م ،

أ ب ، أ جـ يقطعان الدائرة في د ، هـ

أثبت أن : ب جـ // د هـ

وإذا كان : ق (∠ د جـ أ) = ٣٠° ،

ق (∠ أ) = ٥٠°

أوجد : (أولًا) ق (∠ ب هـ جـ) .

(ثانيًا) ق (∠ ب م جـ) .

(ثالثًا) ق (∠ جـ د هـ) .

☑ الإجابة

١ (أولًا) ∵ ق (∠ أ ن جـ)



= ق (∠ أ د جـ) = ٩٠°

وهما مرسومان على أ جـ

وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل أ ن د جـ رباعي دائري .

(ثانيًا) ∵ ∠ ب ن د خارجة عن الشكل الرباعي الدائري أ ن د جـ

∴ ق (∠ ب ن د) = ق (∠ أ جـ د) .... ①

∴ ق (∠ أ هـ ب) = ق (∠ أ جـ ب) .... ②

من ① ، ②

∴ ق (∠ ب ن د) = ق (∠ ب هـ د)

٢ (أولًا) ∵ ق (∠ د)



= ق (∠ ب) = ٦٠°

د أ = د هـ

∴ Δ د أ هـ متساوي الأضلاع .

(ثانيًا) ∵ ق (∠ ب د جـ) = ق (∠ أ هـ د) = ٦٠°

وهما متبادلتان ∴ د ب // أ هـ

(ثالثًا) ق (∠ د أ ب) = ق (∠ د جـ ب)

مشتركتان في (⌒ب د) .... ①

∵ ق (∠ د أ هـ) = ق (∠ ب أ جـ) = ٦٠°

بطرح ∠ ب أ هـ من كل منهما

∴ ق (∠ د أ ب) = ق (∠ هـ أ جـ) .... ②

من ① ، ②

∴ ق (∠ د جـ ب) = ق (∠ هـ أ جـ)

٣ ∵ أ ب = أ جـ

∴ ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ أ جـ ب)

∴ ق (⌒د هـ جـ) = ق (⌒ب د هـ)

بطرح ق (⌒د هـ) من كل منهما

∴ ق (⌒هـ جـ) = ق (⌒د ب) ∴ د هـ // ب جـ

(أولًا) ∵ ∠ ب د جـ خارجة عن Δ أ د جـ

∴ ق (∠ ب د جـ) = ٥٠° + ٣٠° = ٨٠°

∴ ق (∠ ب هـ جـ) = ق (∠ ب د جـ) = ٨٠°

مشتركتان في ⌒ب جـ

(ثانيًا) ق (∠ ب م جـ) = ٢ ق (∠ ب د جـ)

= ١٦٠°

(ثالثًا) ق (∠ جـ د هـ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٨٠°)

= ٥٥°